

INTRODUZIONE ALLA GEOMETRIA ANALITICA LA RETTA E LA PARABOLA

“ Una Geometria non può essere più vera di un'altra; può essere solamente più comoda. Ora la Geometria Euclidea è e resterà più comoda ” H. Poincaré

FINALITA' DEL MODULO

Portare gli alunni a saper operare nel piano cartesiano, a risolvere semplici problemi analitici sulla retta e la parabola.

OBIETTIVI GENERALI

- Rappresentare i punti in un sistema di riferimento cartesiano ortogonale
- Scrivere l'equazione di una retta e rappresentarla graficamente
- Scrivere l'equazione della parabola e rappresentarla graficamente
- Risolvere sistemi di secondo grado di due equazioni in due incognite

PREREQUISITI

Per poter accedere al modulo l'alunno dovrà dimostrare di possedere le seguenti conoscenze e di saper mettere in atto le seguenti competenze:

Conoscenze : le basi della geometria elementare, i principi di equivalenza

Competenze: calcolo algebrico, equazioni e sistemi di primo grado, equazioni di secondo grado, i radicali.

DESTINATARI

Alunni del secondo anno di scuola media superiore

**TEMPO PREVISTO : 12 Lezioni: 2 da 104 minuti e 10 da 52 minuti
1 Lezione da 100 minuti per verifica sommativa**

METODOLOGIA

U.D.1

La scheda stimolo “battaglia navale” ha lo scopo di introdurre il piano cartesiano attraverso una situazione nota. Si procede alla sistematizzazione teorica del piano cartesiano ed alla rappresentazione di punti su di essa. Si sollecitano gli alunni a proporre strategie per calcolare la misura di un segmento nel piano per poi dimostrare la relativa formula con l'applicazione del teorema di Pitagora. Si completa la lezione con le coordinate del punto medio. Nella lezione successiva si correggono gli esercizi assegnati per casa e se ne propongono altri.

U.D.2

Si ritiene opportuno, nella seconda lezione, utilizzare il software Derive per la rappresentazione grafica di un'equazione del tipo: $ax+by+c=0$ (vedere scheda allegata). Si procede alla sistematizzazione teorica sottolineando il significato algebrico e geometrico del coefficiente angolare e dell'ordinata all'origine. Nella lezione successiva si introduce il problema della ricerca del punto d'intersezione di due rette proponendo la risoluzione di sistemi di primo grado determinati, indeterminati, impossibili e rappresentando le diverse situazioni anche graficamente. Infine si ritiene opportuno utilizzare il software Derive come verifica dei sistemi già svolti.

U.D.3

La scheda stimolo "problema dell'esploratore" ha lo scopo di stimolare proposte sul grafico del percorso richiesto: l'insegnante guiderà gli alunni alla soluzione e alla costruzione della parabola come luogo geometrico. Si procede alla sistematizzazione teorica e alla rappresentazione grafica di parabole ad asse verticale. Nella lezione successiva si mette in evidenza il significato grafico delle soluzioni delle equazioni di secondo grado distinguendo i casi di equazioni complete, pure e spurie. La lezione 9 è svolta in laboratorio (Scheda stimolo 2 UD 3) utilizzando il software Derive per interpretare graficamente le soluzioni di un sistema di secondo grado.

Gli argomenti affrontati consentono di risolvere esercizi e problemi di difficoltà crescente. Dopo la verifica formativa si prevede una lezione di recupero/approfondimento prima della verifica sommativa. Nella verifica sommativa è previsto un quesito in lingua inglese.

OBIETTIVI MINIMI

- Rappresentare un punto nel piano cartesiano
- Calcolare la lunghezza di un segmento
- Riconoscere l'equazione di una retta e rappresentarla graficamente
- Determinare il punto di intersezione tra due rette
- Riconoscere l'equazione di una parabola e rappresentarla graficamente

UNITA' DIDATTICHE

TITOLO	CONTENUTI - Conoscenze-	OBIETTIVI OPERATIVI –Competenze- L'alunno deve:
IL SISTEMA DI RIFERIMENTO NEL PIANO N. 2 Lezioni da 52 minuti	<ul style="list-style-type: none"> • Il sistema di riferimento cartesiano nel piano • La misura di un segmento nel piano • Le coordinate del punto medio di un segmento 	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Rappresentare punti nel piano cartesiano ✓ Calcolare la misura di un segmento nel piano ✓ Calcolare le coordinate del punto medio
L'EQUAZIONE DELLA RETTA N. 4 Lezioni da 52 minuti	<ul style="list-style-type: none"> • L'equazione cartesiana della retta • La forma esplicita ed implicita • Il coefficiente angolare • Retta passante per due punti • Intersezione di due rette 	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Riconoscere l'equazione di una retta ✓ Rappresentare una retta nel piano cartesiano, data la sua equazione ✓ Comprendere il significato geometrico del coefficiente angolare ✓ Scrivere l'equazione di una retta passante per due punti ✓ Determinare le coordinate del punto di intersezione di due rette ✓ Interpretare i sistemi lineari in due incognite nel piano cartesiano
LA PARABOLA N. 8 Lezioni da 52 minuti	<ul style="list-style-type: none"> • La parabola come luogo geometrico di punti • L'equazione della parabola • L'interpretazione grafica delle soluzioni di un'equazione di secondo grado • L'interpretazione grafica delle soluzioni di un sistema di secondo grado e la sua risoluzione algebrica 	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Il problema dell'esploratore: costruzione della parabola ✓ Rappresentare una parabola dopo aver determinato il vertice, l'asse, l'intersezione con gli assi ✓ Risolvere graficamente un'equazione di secondo grado ✓ Risolvere graficamente ed algebricamente un sistema di secondo grado

N. Lez.	TEMPI	CONTENUTI	METODOLOGIA	STRUMENTI
1	5 min 20 min 15 min 10 min	Scheda stimolo UD 1 Il sistema di riferimento cartesiano nel piano La misura di un segmento nel piano Il punto medio di un segmento	Sapere come scoperta Lezione frontale Discussione partecipata: proposte Lezione frontale	Fotocopie Lavagna Libro di testo
2	30 min 20min	Correzione esercizi svolti a casa Nuovi esercizi applicativi	Discussione Esercitazione alla lavagna	Libro di testo Lavagna
3	30 min 30 min 40 min	Scheda stimolo UD 2 - Attività di laboratorio:uso di Derive L'equazione cartesiana della retta: la forma implicita ed esplicita Il coefficiente angolare Esercizi applicativi	Sapere come scoperta Lezione frontale e partecipata Lezione frontale Esercitazione alla lavagna	Fotocopie Computer Lavagna
4	10 min 20 min 20 min	Correzione degli esercizi svolti a casa Intersezione di due rette Esercizi applicativi	Discussione Lezione frontale Esercitazione alla lavagna	Libro di testo Lavagna
5	30 min 20 min	Sistematizzazione: Attività di laboratorio Verifica formativa	Lezione dialogata Test a risposta multipla	Computer Fotocopie
6	10 min 20 min 20 min	Scheda stimolo 1 UD 3 : definizione di parabola come luogo geometrico L'equazione della parabola del tipo $y = ax^2 + bx + c$ Rappresentazione grafica della parabola nota la sua equazione	Sapere come scoperta Lezione frontale Esercitazione alla lavagna	Fotocopie Libro di testo Lavagna
7	25 min 25 min	Correzione degli esercizi svolti a casa Nuovi esercizi applicativi	Discussione Esercitazione alla lavagna	Libro di testo Lavagna
8	20 min 30 min	Interpretazione grafica di un equazioni di secondo grado Esercizi applicativi	Lezione frontale Esercitazione alla lavagna	Libro di testo Lavagna
9	50 min 50 min	Scheda stimolo 2 UD 3 - Attività di laboratorio:uso di Derive L'interpretazione grafica delle soluzioni di un sistema di secondo grado e sua risoluzione algebrica	Sapere come scoperta Lezione frontale Esercitazione alla lavagna	Fotocopie Computer Libro testo Lavagna

N. Lez.	TEMPI	CONTENUTI	METODOLOGIA	STRUMENTI
10	25 min 25 min	Correzione degli esercizi svolti a casa- Verifiche orali Nuovi esercizi applicativi	Discussione Esercitazione alla lavagna	Libro di testo Lavagna
11	30 min 20 min	Correzione esercizi svolti a casa Verifica formativa	Discussione Test a risposta multipla	Fotocopie
12	50 min	Recupero e approfondimento	Lezione frontale e dialogata	Lavagna Libro di testo
13	100 min	Verifica sommativa di fine modulo	Quesiti aperti	Fotocopie

ESERCIZI PROPOSTI

UD1

- 1) Calcola la lunghezza del segmento AB di estremi A(-2, 5) e B(-1, 1).
- 2) Determina le coordinate del punto P appartenente all'asse delle ordinate in modo che sia equidistante dai punti R(1,3) ed S(-1,4).
- 3) Trova le coordinate del punto medio del segmento di estremi A(-3,-3) e B(-3,1).
- 4) Verifica che il triangolo di vertici A(-2,2) B(2,0) e C(2,5) è isoscele sulla base AB e calcola la sua area.
- 5) Un parallelogramma ABCD ha i primi tre vertici nei punti A(-2,-1) B(2,0) C(4,5); determina le coordinate del quarto vertice D. (Suggerimento: ricorda che in un parallelogramma le diagonali si intersecano nel loro punto medio).

UD2

- 1) Costruisci il grafico delle seguenti rette:
 $y = 3$ $x = -1$ $y = -x$ $2y + 4 = 0$ $3x - y = 0$ $x - 2y + 1 = 0$ $y = 5x - 2$
- 2) Date le seguenti rette in forme implicite, scrivile in forma esplicita, determina il coefficiente angolare e l'ordinata all'origine e rappresentale graficamente:
 $3x - y + 2 = 0$ $5x - 10y + 15 = 0$ $2x - 4y + 7 = 0$ $-6x + 5y - 10 = 0$
- 3) Individua tra le rette che hanno le seguenti equazioni quali sono parallele e quali perpendicolari
 $y = -3x + 1$ $y = 3x + 5$ $6x + 2y - 4 = 0$ $3x - y + 1 = 0$ $x + 3y = 0$
- 4) Stabilisci per via analitica se i punti A(1, -3) e B(-2,2) appartengono alla retta di equazione $y = -3x$. Controlla l'esattezza del risultato con il grafico.
- 5) Scrivi l'equazione della retta che passa per l'origine ed è parallela a quella di equazione $x - 3y + 5 = 0$
- 6) Scrivi l'equazione della retta che ha ordinata all'origine 5 ed è perpendicolare a quella di equazione $10x - 5y + 3 = 0$.
- 7) Scrivi l'equazione della retta passante per i punti P(-3,-2) e Q(1,6).
- 8) Data la retta di equazione $3x + y - 2 = 0$, indica con A e B i punti in cui essa interseca gli assi cartesiani. Calcola l'area del triangolo AOB.
- 9) Stabilisci sia per via grafica che per via analitica se le seguenti rette sono incidenti, parallele o coincidenti e determina, nel caso in cui siano incidenti, le coordinate del punto di intersezione:
 - a) $5y - x - 9 = 0$ $y + 3x - 5 = 0$
 - b) $2x - y = -3$ $y = 2x - 5$
 - c) $3x - y = 1$ $2y = 6x - 2$
 - d) $2x - 1 = 0$ $x + y = 3$
- 10) Determina le coordinate dei punti A, B, C, D di intersezione delle rette $3x + 4y - 12 = 0$ e $3x + 4y - 6 = 0$ con gli assi cartesiani. Di che tipo è il quadrilatero ottenuto? Calcola il suo perimetro.

UD3

1) Per ognuna delle parabole assegnate determina le coordinate del vertice e del fuoco, le equazioni della direttrice e dell'asse di simmetria, le intersezioni con gli assi cartesiani ed esegui la rappresentazione grafica:

a) $y = -x^2 + 4x - 3$ b) $y = \frac{1}{2}x^2 - 2x$ c) $y = 9 - x^2$ d) $y = 3x^2 - 6x + 3$

2) Interpreta graficamente le soluzioni delle seguenti equazioni di 2° grado tracciando il diagramma delle parabole ad esse associate:

a) $x^2 - 3x + 2 = 0$ b) $7x - x^2 = 0$ c) $30 - 9x^2 - 25 = 0$ d) $5x^2 + x + 1 = 0$

3) Nell'equazione $y = -x^2 + 2kx + k - 1$ determina k in modo che la parabola corrispondente:

- a) passi per l'origine degli assi cartesiani;
- b) abbia il vertice sull'asse delle ordinate;
- c) passi per il punto $P(1, -3)$;
- d) l'ascissa del fuoco sia -2 ;
- e) intersechi l'asse y in un punto di ordinata 5 .

4) Determina, se esistono, i punti di intersezione delle seguenti parabole con le rette indicate ed esegui la rappresentazione grafica:

a) $y = x^2 + 3x + 4$ e $y = -x + 1$
b) $y = x^2 - 4$ e $4x - y - 8 = 0$
c) $y = 5x^2 - x - \frac{1}{4}$ e $y = \frac{2}{3}x - 1$

5) Determina la lunghezza del segmento AB dove A e B sono i punti di intersezione della parabola $y = x^2 - 3x + 3$ con la bisettrice del 1° e 3° quadrante.

6) Data la parabola di equazione $y = -x^2 + 6x$, indicato con V il vertice, determina l'area del triangolo AVB sapendo che A e B sono i punti di intersezione della parabola con la retta $y = 5$.

FILA A
ITIS "E. DIVINI" San Severino M.
VERIFICA SOMMATIVA

Nome e cognome _____ Classe _____ Data _____

1) Date le rette r ed s rispettivamente di equazione: $x + y - 2 = 0$ e $x - 3y - 2 = 0$, rappresentale graficamente e determina le coordinate del loro punto di intersezione. (punti 2+2=4)

2) Stabilisci, senza risolverlo, se il sistema $\begin{cases} 3x + y - 1 = 0 \\ 6x + 2y - 3 = 0 \end{cases}$ è determinato, indeterminato o impossibile e costruisci il grafico ad esso corrispondente. (punti 1+2=3)

3) Stabilisci, confrontando i coefficienti angolari, se tra le rette che hanno le equazioni seguenti vi sono rette parallele e/ o perpendicolari:

$r: 4x + y + 1 = 0$ $s: 8x + 2y - 4 = 0$ $t: y = 4x + 3$ $u: x - 4y = 0$. (punti 4)

4) Dati i punti $A(1;3)$ e $B(4;0)$ determina:

a) l'equazione della retta r passante per A e B ;

b) le coordinate del punto C di intersezione della retta r con la retta di equazione $x - 3y = 0$;

c) l'equazione della retta n passante per C e perpendicolare alla retta r . (punti 2+2+2=6)

5) Rappresenta la parabola di equazione $y = -x^2 - 4x$ determinando le coordinate del vertice, l'equazione dell'asse di simmetria e le intersezioni con l'asse x . (punti 3)

6) Data la famiglia di parabole di equazione $y = (k - 1)x^2 + 2kx - k - 3$, con $k \neq 1$, determina il valore di k in modo che la parabola corrispondente:

a) passi per l'origine;

b) passi per il punto $P(3;2)$;

c) abbia l'asse di simmetria di equazione $x = -2$;

d) abbia il vertice sull'asse y . (punti 1x4=4)

In english

7) Find the coordinates of the points A e B of intersection between the parabola $y = -x^2 - 4x + 5$ and the straight line $y = -2x - 3$ and calculate the perimeter of the triangle ABV , where V is the vertex of the parabola.

(punti 2+2+2=6)

TOTALE PUNTI 30

FILA B
ITIS ‘E. DIVINI’ San Severino M.
VERIFICA SOMMATIVA

Nome e cognome _____ Classe _____ Data _____

1) Date le rette r ed s rispettivamente di equazione: $x + 2y - 1 = 0$ e $3x - 2y - 3 = 0$, rappresentale graficamente e determina le coordinate del loro punto di intersezione. (punti 2+2=4)

2) Stabilisci, senza risolverlo, se il sistema $\begin{cases} 3x - y + 1 = 0 \\ 6x - 2y - 2 = 0 \end{cases}$ è determinato, indeterminato o impossibile e costruisci il grafico ad esso corrispondente. (punti 1+2 =3)

3) Stabilisci, confrontando i coefficienti angolari, se tra le rette che hanno le equazioni seguenti vi sono rette parallele o perpendicolari:

$r: y = 2x - 1$ $s: 2x + y - 3 = 0$ $t: x - 2y + 4 = 0$ $u: x - 2y = 0$. (punti 4)

4) Dati i punti $A(0, -2)$ e $B(3;1)$ determina:

a) l'equazione della retta r passante per A e B ;

b) le coordinate del punto C di intersezione della retta r con la retta di equazione $3x - y = 0$;

c) l'equazione della retta n passante per C e perpendicolare alla retta r . (punti 2+2+2=6)

5) Rappresenta la parabola di equazione $y = -x^2 + 6x$ determinando le coordinate del vertice, l'equazione dell'asse di simmetria e le intersezioni con l'asse x . (punti 3)

6) Data la famiglia di parabole di equazione $y = kx^2 + (1 - 7k)x + 10k - 1$, con $k \neq 0$, determina il valore di k in modo che la parabola corrispondente:

a) passi per l'origine;

b) passi per il punto $P(3;2)$;

c) abbia l'asse di simmetria di equazione $x = 4$;

d) abbia il vertice sull'asse y . (punti 1x4=4)

In english

7) Find the coordinates of the points A e B of intersection between the parabola $y = -x^2 + 4x + 5$ and the straight line $y = 2x - 3$ and calculate the perimeter of the triangle ABV , where V is the vertex of the parabola.

(punti 2+2+2=6)

TOTALE PUNTI 30

GRIGLIA DI CORREZIONE

Fila A	Fila B
1) (2,0)	1) (1,0)
2) impossibile	2) impossibile
3) r//s r⊥u s⊥u	3) t//u s⊥t s⊥u
4) a) $y = -x + 4$ b) (3,1) c) $y = x - 2$	4) a) $y = x - 2$ b) (-1, -3) c) $y = -x - 4$
5) V(-2,4) x = -2 (-4,0) (0,0)	5) V(3,9) x = 3 (6,0) (0,0)
6) a) k = -3 b) k = 1 non acc. c) k = 2 d) k = 0	6) a) k = 1/10 b) k = 0 non acc c) k = -1 d) k = 1/7
7) A(-4,5) B(2, -7) perimetro = $8\sqrt{5} + 4\sqrt{17}$	7) A(-2, -7) B(4,5) perimetro = $8\sqrt{5} + 4\sqrt{17}$

GRIGLIA DI VALUTAZIONE

INDICATORI

- 1. Interpretazione dei dati**
- 2. Individuazione e conoscenza delle formule necessarie alla risoluzione dei quesiti**
- 3. Correttezza dei calcoli**
- 4. Rappresentazione grafica**
- 5. Corretta traduzione del quesito in lingua inglese**

GRIGLIA DI MISURAZIONE

FASCE DI LIVELLI	VOTO IN DECIMI
$0 \leq P < 3$	1
$3 \leq P < 5$	2
$5 \leq P < 9$	3
$9 \leq P < 13$	4
$13 \leq P < 16$	5
$16 \leq P < 20$	6
$20 \leq P < 23$	7
$23 \leq P < 26$	8
$26 \leq P < 29$	9
$29 \leq P \leq 30$	10