I.T.I.S. “E. DIVINI” San Severino Marche

PROGETTO COMENIUS TLM3

“Teaching and Learning Maths in the Third millennium”

LE EQUAZIONI ALGEBRICHE

ALGEBRAIC EQUATIONS

Un’equazione è un’ uguaglianza tra due espressioni algebriche contenenti una o più variabili,dette **incognite**, verificata solo per determinati valori attribuiti alle incognite.
Si chiamano **equazioni algebriche** o polinomiali quelle equazioni equivalenti ad un polinomio uguagliato a zero. Il grado di tale polinomio è anche il grado dell’equazione. Un’equazione algebrica è detta fratta se la variabile(incognita) compare anche al denominatore di una frazione;in caso contrario,l’equazione si dice intera. Si conviene inoltre definire irrazionali le equazioni in cui l’incognita compare sotto il segno della radice,e razionale in caso contrario. A queste si aggiungono le equazioni parametriche, in cui sono presenti delle quantità variabili dette parametri.

Le **equazioni algebriche** sono convenzionalmente divise in:

EQUAZIONI LINEARI

Il tipo più semplice di equazioni algebriche sono le equazioni lineari,cioè di primo grado.
In virtù del teorema fondamentale dell’algebra ogni equazione di grado n ammette esattamente n soluzioni(radici) nel campo complesso.
Un’equazione algebrica di primo grado si presenta nella forma normale :

$$ax + b = 0$$

Quando esiste, la soluzione di questa equazione è:

$$x = - b/a \quad \text{con } a \neq 0$$

EQUAZIONI QUADRATICHE

Un’equazione di secondo grado o quadratica è un’equazione algebrica ad una sola incognita x che compare con grado massimo pari a x2 ,e la cui formula è riconducibile alla forma:

$$ax^2 + bx^2 + c = 0$$

$$\text{con } a \neq 0$$

L’ equazione di secondo grado, per il teorema fondamentale dell’algebra ha generalmente 2 soluzioni:

- nel campo reale ammette due, una o anche nessuna soluzione
- nel campo complesso ammette sempre 2 soluzioni eventualmente coincidenti

Esistono tre tipi di equazioni di secondo grado:

- equazione spuria
- equazione pura
- equazione completa

EQUAZIONI CUBICHE

Si definisce equazione di terzo grado o cubica quell’equazione polinomiale in cui il grado massimo dell’incognita è il terzo. Nella forma canonica,si presenta come:
$x^3+ax^2+bx+c=0$
Sin dai tempi della matematica babilonese erano noti i primi metodi risolutivi delle particolari equazioni di terzo grado che possono essere ricondotte ad un’equazione di secondo grado.
I greci riuscivano a risolvere geometricamente alcune equazioni di terzo grado tramite l’uso delle coniche. Nel XI secolo ,il poeta e matematico arabo Omar Ibrahim al Khayami dava solo soluzioni geometriche di equazioni di terzo grado ricorrendo alle intersezioni di coniche.
La prima soluzione generale dell’equazione di terzo grado si deve al matematico italiano Scipione del Ferro.

An equation is an equality between two algebraic expressions containing one or more variable, called **unknowns**, verified only for specific values attributed to the unknowns.
Algebraic equations or polynomial are those equations equivalent to a polynomial equalized to zero. The degree of the polynomial is also the degree of the equation. An algebraic equation is said fractional if the variable (unknown) appears also to the denominator of a fraction; otherwise, the equation is called whole. It’s right to define irrational the equations where the unknowns appears under the mark of the root, otherwise, they’re rational. There are also the parametric equations, where there are variable quantity said parameters.

The **algebraic equations** are divided in:

LINEAR EQUATIONS

The simplest kind of algebraic equations are the linear equations, in fact, they’re of first degree.
The fundamental theorem of the algebra says that every equation of degree n admits exactly n solutions (roots) in the complex field.
An algebraic equation of first degree is presented in the normal form:

$$ax + b = 0$$

When it exists, the solution of this equation is:

$$x = - b/a \quad \text{with } a \neq 0$$

QUADRATIC EQUATIONS

An equation of second degree or quadratic is an algebraic equation at only one unknown x that appears with maximum degree equal to x2 :

$$ax^2 + bx^2 + c = 0$$

$$\text{with } a \neq 0$$

The equation of second degree for the fundamental theorem of the algebra has generally always two solutions:

- in the real field it admits two, one or also anybody solution.
- in the complex field it admits always two coincident solutions.

There are three kinds of equations of second degree:

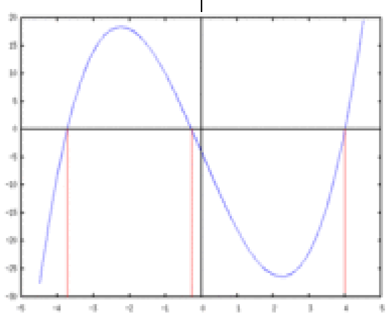
- spurious equation
- pure equation
- complete equation

CUBIC EQUATIONS

A cubic equation or an equation of third degree is a polynomial equation where the maximum degree of the unknown is the third. In the canonical form, it’s introduces as:

$x^3+ax^2+bx+c=0$

From the times of the Babylonians, the first decisive methods of the particular equations of third degree that they can bring them to an equation of second degree were known. The Greek resolved geometrically some equations of the third degree trough the use of the conics.
In the XIth century, the poet and arabic mathematician Omar Ibrahim al Khayami gave only geometric solutions of equations of third degree using to the intersections of conics. The Italian mathematician, Scipione del Ferro gave the first general solution of the equation of third degree.



I.T.I.S. “E. DIVINI” San Severino Marche

PROGETTO COMENIUS TLM3

“Teaching and Learning Maths in the Third millennium”

LE EQUAZIONI ALGEBRICHE

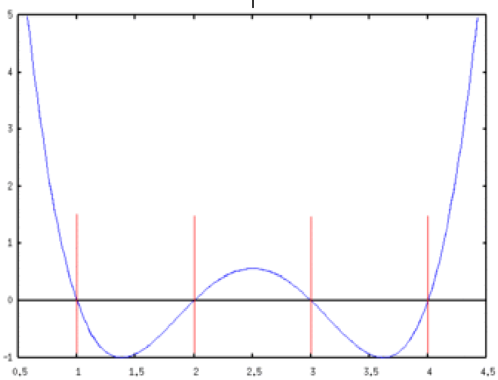
ALGEBRAIC EQUATIONS

EQUAZIONI QUARTICHE E DI GRADO SUPERIORE

Si definisce equazione di quarto grado o quartica quell’equazione in cui il grado più alto dell’incognita è il quarto. Nella forma canonica,assume la forma:
$x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$
L prima soluzione generale dell’equazione di quarto grado di deve al matematico italiano Ludovico Ferrari, pubblicata però nel 1545 da Gerolamo Cardano.
Solo due secoli e mezzo dopo si dimostrò grazie a Evariste Galois che non esistevano metodi risolutivi generali per equazioni di grado superiore al quarto. Infatti i lavori di Paolo Ruffini del 1799 e di Niels Abel nel 1824 costituiscono complessivamente quello oggi noto come
Teorema di Abel-Ruffini. In particolare il torinese Lagrange trovò che il risolvente di un’equazione di quinto grado è un’equazione di sesto. Il tutto si ricollega, tramite i lavori di Lagrange, ai risultati di Galois nella teoria di gruppo. Il metodo risolutivo è imperniato sulla risoluzione di un’equazione di terzo grado, detta risolvente.

QUARTIC EQUATIONS AND EQUATIONS OF HIGHER DEGREE

We define equation of fourth degree or quartic that equation where the highest degree of the unknown is the fourth. In the canonical form, it assumes the form:
$x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$
The first general solution of the equation of fourth degree was discovered by Ludovico Ferrari, the Italian mathematician, published in 1545 by Gerolamo Cardano.
Only after two centuries and half, Evariste Galois showed that didn't exist decisive general methods of resolution for equations of degree superior at the fourth.
In fact the intense activities of Paolo Ruffini of 1824 and of Niels Abel in 1824 in constitute the Theorem of Abel and Ruffini. Particularly the italian from Turin, Lagrange found that the equation that resolves an equation of fifth degree is an equation of sixth degree. Everything is linked, trough the intense activities of Lagrange, to the results of Galois in the theory of group. The decisive method is based on the solution of a cubic equation, called resolving.



EQUAZIONI PARTICOLARI

- EQUAZIONE DIOFANTEA

Un equazione diofantea è un’equazione in una o più incognite con coefficienti interi di cui si ricercano le soluzioni intere del tipo $ax + by = c$. L’aggettivo diofanteo si riferisce al matematico greco del terzo secolo, Diofanto di Alessandria,che studiò equazioni di questo tipo e fu uno dei primi matematici ad introdurre il simbolismo nell’algebra. In un’equazione diofantea lineare le incognite appaiono solo come potenze di primo grado.

- EQUAZIONI DI PELL

Un’equazione di Pell è un’equazione diofantea quadratica in due variabili,del tipo:

$$x^2 - dy^2 = 1 \text{ oppure}$$
$$x^2 - dy^2 = -1$$

Una soluzione banale dell’equazione di tipo 1 valida per ogni valore di d è
$x = \pm 1$,
$y = 0$.
Le equazioni del primo tipo possono avere soluzioni intere per ogni valore di d che non sia un quadrato perfetto; quelle del secondo hanno invece soluzione soltanto per alcuni casi particolari.
Il nome deriva da quello del matematica inglese John Pell, al quale Eulero attribuì il metodo per trovarne le soluzione.

PARTICULAR EQUATIONS

- DIOFANTEA EQUATION

A diofantea equation is an equation in one or more unknown with whole coefficients where the whole solutions as $ax + by = c$ are found. The adjective diofanteo refers to the Greek mathematician of the third century Diofanto from Alexandria, that studied equations of this kind and he was one of the first mathematicians to introduce the symbolism in algebra. In a “diofantea” linear equation the unknowns appear only as powers of first degree.

- PELL'S EQUATION

Pell's equation is a quadratic “diofantea” equation in two variables, such as:

$$x^2 - dy^2 = 1 \text{ or}$$
$$x^2 - dy^2 = -1$$

A banal solution of the first equation valid for every value of d is
$x = \pm 1$
$y = 0$.
The equations of the first type can have whole solutions for every value of d when it isn't a perfect square; those of the second have got only solution for some particular cases.
The naun derives from the name of the English mathematician John Pell. Eulero attributed to him the method to find its solution.